

## АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### «Математический анализ 1»

Дисциплина «Математический анализ 1» является частью программы бакалавриата «Математическое моделирование (СУОС)» по направлению «01.03.02 Прикладная математика и информатика».

#### **Цели и задачи дисциплины**

Освоение студентами методов математического аппарата, приобретение знаний и умений в соответствии ФГОС ВО. Дисциплина содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию системного мышления. Она знакомит студентов с основными понятиями и методами теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных, теории рядов. Дисциплина является базовой для изучения всех математических и специальных дисциплин. Она характеризуется широтой охвата материала, строгостью и полнотой доказательств рассматриваемых утверждений. Изучение основных понятий математического анализа; формирование умения решать типовые процедурные задачи математического анализа; формирование умения использовать систему знаний дисциплины для адекватного математического моделирования различных процессов; формирование приемов и навыков практического исследования задач с помощью основных и выводимых из основных утверждений математического анализа; формирование навыков применения методов дифференциального и интегрального исчисления; формирование навыков применения методов интегрального исчисления функции нескольких переменных..

#### **Изучаемые объекты дисциплины**

Математические объекты (последовательности, функции одной и нескольких переменных, ряды, функции нескольких переменных, кратные интегралы, интегралы, зависящие от параметра); Операции над объектами и характеристики объектов (предел, непрерывность, операции дифференцирования и интегрирования, экстремумы и т.д.); Основные математические методы исследования объектов.

### Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах		
		Номер семестра		
		1	2	3
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	324	126	72	126
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:				
- лекции (Л)	136	50	32	54
- лабораторные работы (ЛР)				
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	176	72	36	68
- контроль самостоятельной работы (КСР)	12	4	4	4
- контрольная работа				
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	252	54	36	162
2. Промежуточная аттестация				
Экзамен	72		36	36
Дифференцированный зачет	9	9		
Зачет				
Курсовой проект (КП)				
Курсовая работа (КР)				
Общая трудоемкость дисциплины	648	180	144	324

### Краткое содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
1-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	14	0	20	20
<p>Определение производной функции в точке, геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции в точке, связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Основные правила дифференцирования. Производные сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Основные свойства дифференцируемых функций: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций. Исследование функций с помощью производных. Условия постоянства функций, возрастания и убывания функций. Локальный экстремум функции, необходимые и достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Направление выпуклости графика функции и точки перегиба. Асимптоты графика функции.</p>				
Предел и непрерывность функции одной переменной	12	0	18	10
<p>Определение функции. Определение предельного значения функции в точке по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции на бесконечности. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий Коши существования предела функции. Непрерывность функции одной переменной: Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Эквивалентность различных определений непрерывности. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Предел и непрерывность</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
монотонной функции. Теорема существования обратной функции. Непрерывность сложной функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства непрерывных функций на отрезке: теоремы Больцано-Коши, теоремы Вейерштрасса; равномерная непрерывность, теорема Кантора.				
Элементы теории множеств, предел числовой последовательности	6	0	14	6
Предмет математического анализа. Элементы теории множеств. Мощность множества. Ограниченные и неограниченные множества. Верхние и нижние грани числовых множеств. Понятие функции. Обратная функция. Отображение функции. Способы задания функции. Понятие последовательности и ее сходимости. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей: арифметические операции; свойства, выраженные неравенствами. Сходимость монотонных последовательностей, число $e$ . Подпоследовательности, предельные точки последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности, понятие фундаментальности последовательности.				
Функции нескольких переменных.	18	0	20	18
Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Понятие $n$ -мерного координатного и $n$ -мерного векторного пространства. Окрестность точки; открытые и замкнутые множества; предельные, граничные точки множества, точки прикосновения; связные множества, области. Сходимость последовательности точек, критерий Коши, теорема Больцано - Вейерштрасса. Предел функции $n$ переменных в точке. Понятие предела по направлению, повторные пределы. Непрерывность функции $n$ переменных. Свойства непрерывных				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>функций на ограниченных замкнутых множествах. Понятие частной производной. Два определения дифференцируемости-функции в точке, их эквивалентность. Дифференцируемость и непрерывность. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывно дифференцируемые функции. Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков, неинвариантность их формы. Формула Тейлора. Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Условный экстремум ФНП.</p>				
ИТОГО по 1-му семестру	50	0	72	54
2-й семестр				
Числовые ряды	6	0	8	8
<p>Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерий сходимости знакоположительного ряда. Признаки сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши, Раабе, интегральный признак. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница. Признак Абеля-Дирихле. Перестановка членов сходящегося ряда: теоремы Коши и Римана. Сочетательное свойство сходящихся рядов.</p>				
Интегральное исчисление функции одной независимой переменной.	14	0	18	12
<p>Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные правила интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие; интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование иррациональных</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>выражений: дробно-линейных иррациональностей, квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера). Интегрирование дифференциального бинома (подстановки Чебышева). Интегрирование тригонометрических выражений. Понятие определенного интеграла, сумма Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое условие интегрируемости. Необходимое и достаточное условия существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла: арифметические операции над интегрируемыми функциями; свойства интеграла, выраженные неравенствами; теоремы о среднем. Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги спрямляемой кривой, площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, вычисление объема тел вращения. Понятие несобственного интеграла первого рода и его сходимости. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Интегралы от знакоположительной функции: критерий сходимости, признаки сравнения в простой и предельной форме. Сходимость интеграла от функции произвольного знака, абсолютная и условная сходимости. Признак Абеля-Дирихле. Несобственные интегралы второго рода. Условия существования и признаки сходимости. Связь с интегралами первого рода.</p>				
Функциональные последовательности и ряды.	12	0	10	16
Функциональные последовательности и ряды: Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимости на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса, признак Абеля-Дирихле, признак Дини. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
дифференцирование. Степенной ряд и область его сходимости, теорема Коши-Адамара. Функциональные свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора. Оценка погрешностей. Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций. Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, только по синусам или только по косинусам. Коэффициенты Фурье и ряд Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя. Равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье. Полнота тригонометрической системы функций. Равномерная аппроксимация функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Теорема Вейерштрасса.				
ИТОГО по 2-му семестру	32	0	36	36
3-й семестр				
Интегралы, зависящие от параметра. Эйлеровы интегралы.	10	0	12	40
Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра. Несобственные интегралы первого и второго рода, зависящие от параметра: равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра: непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость; изменение порядка двух несобственных интегрирований. Эйлеровы интегралы $\Gamma(a)$ и $B(a;b)$ и их свойства.				
Поверхностные интегралы.	12	0	14	40
Поверхностный интеграл первого рода. Определение способ вычисления. Механические приложения. Двусторонние поверхности, ориентация поверхности Поверхностный интеграл второго рода.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Определение сведения поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода. Формула Остроградского. Формула Стокса, применение ее к исследованию пространственных криволинейных интегралов.				
Элементы теории поля	14	0	20	42
Понятие скалярного поля, градиент, линии и поверхности уровня. Понятие векторного поля, векторные линии. Поток векторного поля: определение и вычисление. Дивергенция векторного поля, вычисление дивергенции в декартовых координатах, свойства дивергенции. Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля, вычисление ротора в декартовых координатах. Формулы Остроградского и Стокса в векторной форме. Оператор Гамильтона. Запись с помощью оператора Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка и их свойства. Потенциальное векторное поле: условия потенциальности, свойства потенциального поля. Соленоидальное векторное поле: условия и свойства соленоидального поля. Оператор Лапласа.				
Кратные и криволинейные интегралы.	18	0	22	40
Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Условия существования интеграла. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области. Преобразование плоских областей. Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Примеры применения двойного интеграла: для вычисления площади криволинейной фигуры, для вычисления объема криволинейного цилиндра, для вычисления механических величин (массы пластинки, координат центра тяжести пластинки). Определение тройного интеграла, его свойства, вычисление путем сведения к повторному, замена переменных в тройном интеграле. Примеры применения				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
тройного интеграла. Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства, условия существования, способ вычисления, механическая интерпретация. Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства, способ вычисления. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Механическая интерпретация. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.				
ИТОГО по 3-му семестру	54	0	68	162
ИТОГО по дисциплине	136	0	176	252